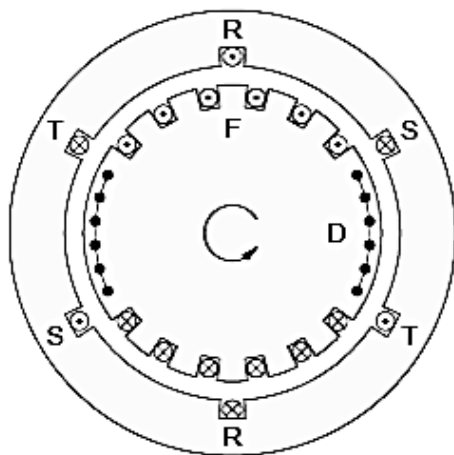


Proračun struje trofaznog kratkog spoja kod sinhronog generatora primenom programa MATLAB

Sinhroni generatori kakvi se koriste u hidroelektranama i termoelektranama imaju snagu od nekoliko desetina do nekoliko stotina MW. U slučaju da se dogodi kratak spoj u sistemu sinhroni generatori napajaju mesto kvara strujom kratkog spoja. Struje kratkog spoja najčešće ograničava mala impedansa i one mogu biti velikog intenziteta, nekoliko redova veličine veće od nazivnih struja elemenata sistema. Takve struje mogu oštetiti veliki broj elemenata i opreme u sistemu.

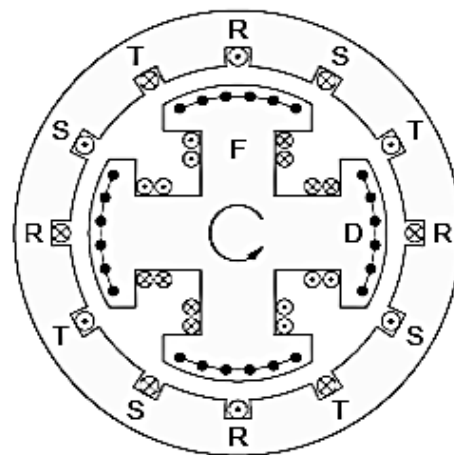
Oblik i intenzitet struje kratkog spoja veoma zavisi od toga koliko je kvar udaljen od generatora. Konstrukcija generatora, njegov prigušni i pobudni namotaj bitno utiču na talasni oblik struje kratkog spoja kada je kvar na priključcima generatora. Prilikom kvara u neposrednoj blizini generatora, promena impedanse generatora, koja je u ovakvom slučaju dominantna impedansa u petlji kvara, odgovorna je za prigušenje struje kratkog spoja.

Prelazni proces tokom kratkog spoja posledica je radnog stanja koje je prethodilo kvaru i poremećaja koji se dogodio. Svaka veličina se tada može predstaviti kao zbir veličina koje potiču od tih stanja. Obzirom na to da je struja kratkog spoja nekoliko redova veličine veća od nominalne radne struje, radna struja se najčešće zanemaruje prilikom proračuna.



cilindrični rotor

$$p = 2, n = 3000 \text{ (min}^{-1}\text{)}; f = 50 \text{ (Hz)}$$

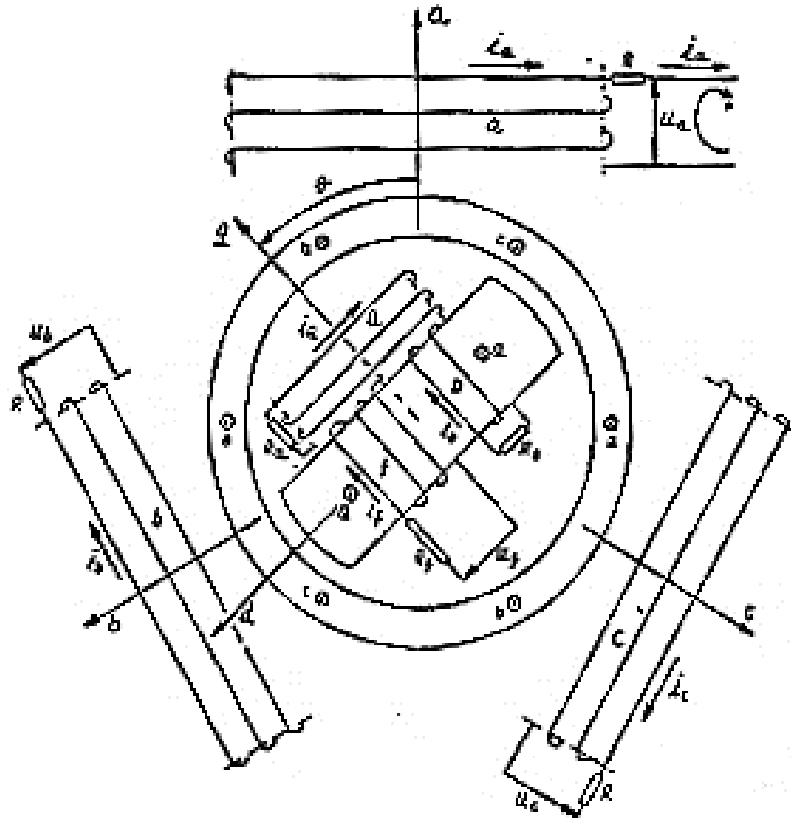


rotor sa istaknutim polovima

$$p = 4, n = 1500 \text{ (min}^{-1}\text{)}; f = 50 \text{ (Hz)}$$

Slika 1 Poprečni presek različitih konstrukcija rotora sinhronog generatora

Da bi uopšte bilo moguće modelovati, simulirati kratak spoj neophodno je prvo definisati matematički model sinhronog generatora. Standardni model sinhronog generatora podrazumeva tri fazna namotaja na statoru i pobudni namotaj na rotoru. Uticaj provodne čelične mase rotora, odnosno prigušnog kavezno namotaja na rotoru, ekvivalentira se sa dva prigušna namotaja na rotoru koja su postavljena ortogonalno jedan u odnosu na drugi. Međusobni položaj svih namotaja modela prikazan je na slici 2.



Slika 2. Šematski prikaz standardnog modela sinhronne mašine

Koordinatni sistem osa a,b i c vezan je za stator mašine. Koordinatne ose d i q su ortogonalne i obrću se zajedno sa rotorom. Pozitivan smer obrtanja suprotan je od smera kazaljke na časovniku.

Za namotaje sinhronne mašine važe diferencijalne jednačine naponske ravnoteže:

$$\begin{aligned}
 u_a &= -\frac{d\psi_a}{dt} - Ri_a \\
 u_b &= -\frac{d\psi_b}{dt} - Ri_b \\
 u_c &= -\frac{d\psi_c}{dt} - Ri_c \\
 u_f &= \frac{d\psi_f}{dt} + R_f i_f \\
 0 &= \frac{d\psi_D}{dt} + R_D i_D \\
 0 &= \frac{d\psi_Q}{dt} + R_Q i_Q
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Gde su:

- a,b,c - indeksi veličina i parametara statorskog namotaja;
- f- indeks veličina i parametara pobudnog namotaja;
- D - indeks veličina i parametara prigušnog namotaja po d-osi;
- Q - indeks veličina i parametara prigušnog namotaja po q-osi;

- u – trenutna vrednost napona;
- i – trenutna vrednost struje;
- Ψ – trenutna vrednost fluksa odgovarajućeg namotaja;
- R – aktivna otpornost odgovarajućeg namotaja.

Jednačina ravnoteže momenata koji deluju na vratilo mašine je:

$$m_T - m_e = J \frac{d\Omega}{dt} \quad (2)$$

Gde su:

- m_T – moment pogonske turbine;
- m_e – elektromagnetski moment generatora;
- J – moment inercije obrtnih masa rotora generatora i turbine;
- $\Omega = \omega/p$ – mehanička ugaona brzina rotora generatora i turbine;
- Ω – električna ugaona brzina;
- p – broj pari polova sinhronog generatora;

Umesto momenta inercije obrtnih masa agregata J češće se koristi vremenska konstanta obrtnih masa. Vreme za koje moment $m_T = S_n/\Omega_n$ ubrza obrtne mase agregata od 0 do Ω_n je mehanička vremenska konstanta i iznosi:

$$T = \frac{J\Omega_n^2}{S_n} = \frac{J\omega_n^2}{p^2 S_n} \quad (3)$$

Vremenske konstante T za generatore različitih snaga leže u opsegu od 5s do 12s.

Jednačina ravnoteže momenata se može napisati kao:

$$m_T - m_e = T \frac{p^2 S_n}{\omega_n^2} \frac{d\Omega}{dt} = T \frac{p S_n}{\omega_n^2} \frac{d\omega}{dt} \quad (4)$$

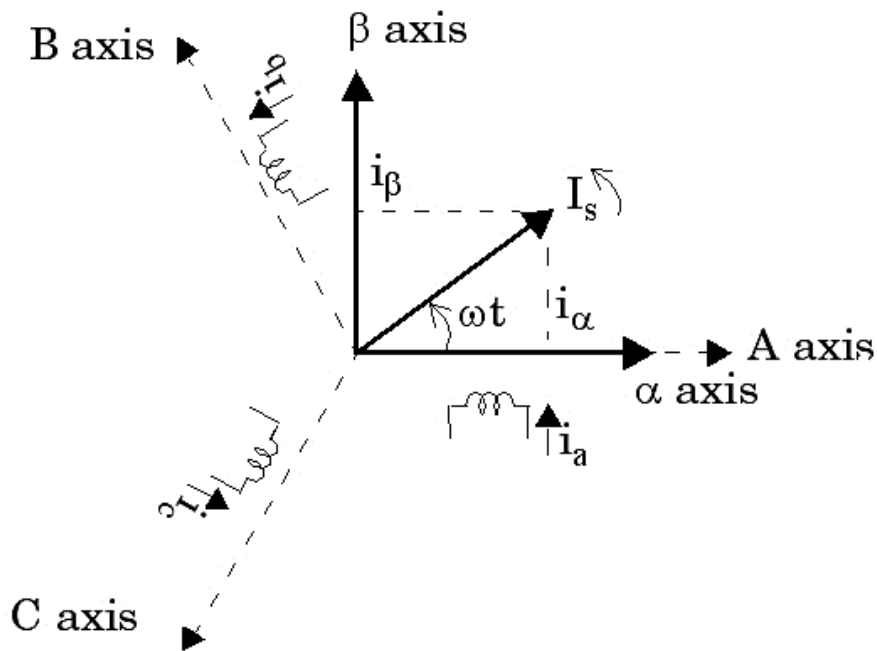
Sopstvene i međusobne induktivnosti statorskog namotaja, koje figurišu u izrazima za proračun flukseva namotaja, su funkcije ugla θ , što je posledica dvoosne magnetske simetrije rotora. Tokom kretanja rotora sa istaknutim polovima dolazi do promene vazdušnog zazora između statora i rotora, što dovodi do promene magnetske otpornosti tokom vremena. Razmeštaj namotaja po unutrašnjem obimu magnetskog kola statora i oblik magnetskih polova rotora su takvi da su promene induktivnosti statorskog namotaja, pri promeni ugla θ sa konstantnom ugaonom brzinom, približno prostoperiodične. Zbog razlike u konstrukciji rotora, kod turbogeneratora sopstvene i međusobne induktivnosti statorskih namotaja su konstantne.

Obzirom na to da se namotaji koji se nalaze na rotoru kreću zajedno sa njim, njihove sopstvene induktivnosti su konstantne. Iz istog razloga međusobne induktivnosti namotaja na rotoru ne zavise od ugla θ . Međusobne induktivnosti namotaja čije su ose međusobno ortogonalno postavljene su jednake nuli ($M_{fQ} = M_{DQ} = 0$).

Zbog činjenice da su induktivnosti namotaja zavisne od ugla θ , fluksevi namotaja sinhronog generatora su složene funkcije ugla θ . Uvrštavanjem izraza za flukseve u jednačine naponske ravnoteže dobija se sistem diferencijalnih jednačina sa promenljivim koeficijentima. Takav matematički model je složen i da bi se on pojednostavio uvode se određene matematičke transformacije. Cilj transformacija je da se sistemi diferencijalnih jednačina sa promenljivim koeficijentima, koji se ne mogu rešavati analitički, primenom linearnih transformacija dovedu

do oblika sistema diferencijalnih jednačina sa konstantnim koeficijentima. Sa fizičke tačke gledišta mašina se zamenjuje ekvivalentnom, ali jednostavnijom i preglednijom mašinom i proračuni se vrše na takvoj, transformisanoj mašini umesto na originalnoj.

Transformacija raspredanja (Klarkina transformacija) sastoji se u prelazu sa trofaznog sistema osa a,b,c na dvofazni koordinatni sistem α,β , koji je vezan za stator. U fizičkom smislu, trofazna mašina se transformiše u ekvivalentnu dvofaznu.



Slika 3 Položaj koordinatnog sistema α,β u odnosu na sistem a,b,c

Ose a i α se poklapaju, dok osa β prednjači u odnosu na osu α za 90° . Da bi se mogla izvršiti transformacija tri veličine, dodaje se nulta komponenta u dvofazni sistem koja predstavlja sumu faznih veličina. Tada je transformacija raspredanja za struje u matricnoj formi prikazana sledećom jednačinom:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

Ukoliko se ovakva transformacija raspredanja primeni na trofazni sistem napona, može se zaključiti da električna snaga nije invarijantna u odnosu na definisanu transformaciju raspredanja na osnovu izraza (6). Transformacija raspredanja se treba modifikovati tako da snaga ostane ista. Matrica transformacije raspredanja u odnosu na koju je snaga invarijantna data je u izrazu (7).

$$u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta + u_0 i_0 \neq u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \sqrt{2/3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (7)$$

Nakon transformacije raspredanja mogu se napisati jednačine naponske ravnoteže namotaja sinhronog generatora u $\alpha, \beta, 0$ koordinatnom sistemu.

$$\begin{aligned}
 u_\alpha &= -\frac{d\Psi_\alpha}{dt} - Ri_\alpha \\
 u_\beta &= -\frac{d\Psi_\beta}{dt} - Ri_\beta \\
 u_0 &= -\frac{d\Psi_0}{dt} - Ri_0 \\
 u_f &= \frac{d\Psi_f}{dt} + R_f i_f \\
 0 &= \frac{d\Psi_D}{dt} + R_D i_D \\
 0 &= \frac{d\Psi_Q}{dt} + R_Q i_Q
 \end{aligned} \tag{8}$$

Uprkos izvršenom pojednostavljenju sistema, fluksevi u $\alpha, \beta, 0$ koordinatnom sistemu su i dalje funkcije ugla θ .

Transformacija rotacije (Parkova transformacija) predstavlja prevođenje iz $\alpha, \beta, 0$ koordinatnog sistema koji je vezan za stator u koordinatni sistem $d, q, 0$ koji je fiksno vezan za rotor. Veličine u $d, q, 0$ koordinatnom sistemu dobijaju se kao sume projekcija veličina izraženih u $\alpha, \beta, 0$ koordinatnom sistemu na d i q osu sistema koji se obrće zajedno sa rotorom.

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

Uočavanjem veze između flukseva namotaja izraženih u koordinatnom sistemu $\alpha, \beta, 0$ i flukseva namotaja u koordinatnom sistemu $d, q, 0$, i primenom transformacije rotacije na napone i struje namotaja, dobijaju se jednačine naponske ravnoteže u $d, q, 0$ koordinatnom sistemu.

$$\begin{aligned}
 u_d &= -\frac{d\Psi_d}{dt} - \omega\Psi_q - Ri_d \\
 u_q &= -\frac{d\Psi_q}{dt} + \omega\Psi_d - Ri_q \\
 u_0 &= -\frac{d\Psi_0}{dt} - Ri_0 \\
 u_f &= \frac{d\Psi_f}{dt} + R_f i_f \\
 0 &= \frac{d\Psi_D}{dt} + R_D i_D \\
 0 &= \frac{d\Psi_Q}{dt} + R_Q i_Q
 \end{aligned} \tag{10}$$

Matematički model sinhronog generatora, osim jednačina naponske ravnoteže sadrži i jednačinu ravnoteže momenata:

$$m_T - m_e = m_T - p(\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) = T \frac{p^2 S_n}{\omega_n^2} \frac{d\Omega}{dt} = T \frac{p S_n}{\omega_n^2} \frac{d\omega}{dt}$$

Gde je: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$.

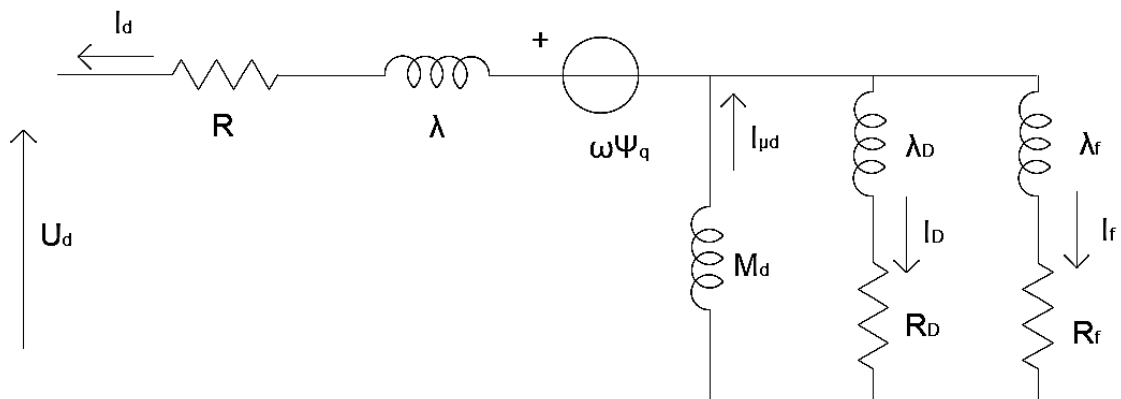
Kompletan Parkov matematički model sinhronog generatora obuhvata i izraze za flukseve odgovarajućih namotaja. U tim jednačinama su sve rotorske veličine i parametri svedeni na stator mašine.

$$\begin{aligned}
 \Psi_d &= L_d i_d + M_d i_f + M_d i_D \\
 \Psi_q &= L_q i_q + M_q i_Q \\
 \Psi_0 &= L_0 i_0 \\
 \Psi_f &= M_d i_d + L_f i_f + M_d i_D \\
 \Psi_D &= M_d i_d + M_d i_f + L_D i_D \\
 \Psi_Q &= M_q i_q + L_Q i_Q
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Sinhroni generatori se na mrežu vezuju preko transformatora sprege Yd, te u njima ne postoje veličine nultog sistema, pa iz sistema jednačina često izostavljaju jednačine za nulti napon i nulti fluks. One se, međutim, moraju uvažiti pri analizi asimetričnih režima u kojima postoje uslovi za pojavu nulte komponente struje.

Ekvivalentne šeme i parametri

Na osnovu diferencijalnih i algebarskih jednačina modela sinhronog generatora mogu se formirati ekvivalentne šeme. Ekvivalentne šeme za d i q osu povezuju jedino elektromotorne sile $\omega\psi_d$ i $\omega\psi_q$ koje potiču od rotacije rotora.



Slika 4 Zamenska šema po d-osi

Gde su:

R – aktivna otpornost namotaja statora,

λ – induktivnost rasipanja statora,

M_d – međusobna induktivnost namotaja po d-osi,

R_D – aktivna otpornost prigušnog namotaja po d-osi,

λ_D – induktivnost rasipanja prigušnog namotaja po d-osi,

R_f – aktivna otpornost pobudnog namotaja,

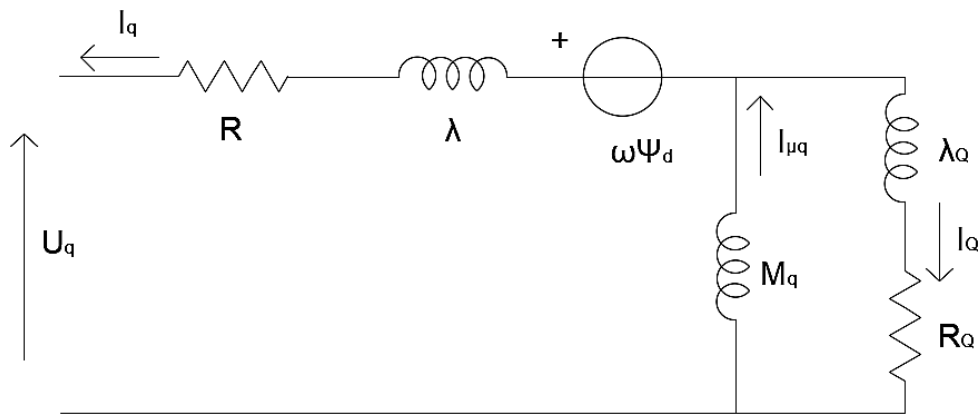
λ_f – induktivnost rasipanja pobudnog namotaja.

Za fluks Ψ_d važi jednačina (12).

$$\Psi_d = L_d i_d + M_d i_f + M_d i_D = \lambda_d i_d + M_d i_d + M_d i_f + M_d i_D = \lambda_d i_d + M_d (i_d + i_f + i_D)$$

$$\Psi_d = \lambda_d i_d + M_d i_{\mu d} \quad (12)$$

Pri čemu je : $M_d = \frac{3}{2} N^2 / R_{\mu d}$.



Slika 5 Zamenska šema po q-osi

Gde su:

R – aktivna otpornost namotaja statora,

λ – induktivnost rasipanja statora,

M_q – međusobna induktivnost namotaja po q-osi,

R_Q – aktivna otpornost prigušnog namotaja po q-osi,

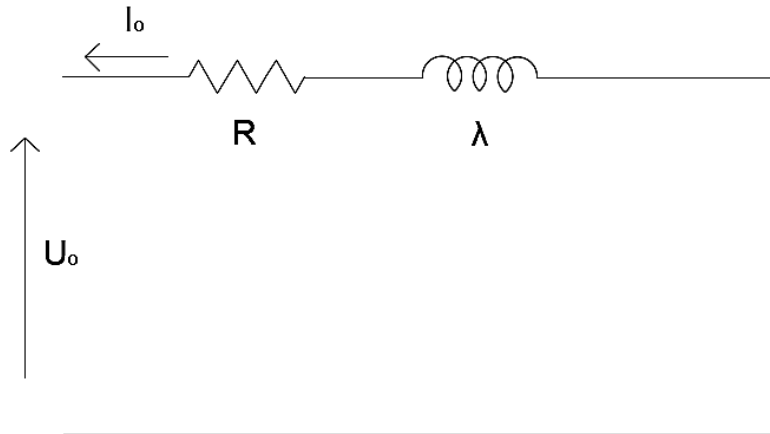
λ_Q – induktivnost rasipanja prigušnog namotaja po q-osi.

Za fluks Ψ_q važi jednačina (13).

$$\Psi_q = L_q i_q + M_q i_Q = \lambda_q i_q + M_q i_q + M_q i_Q = \lambda_q i_q + M_q (i_q + i_Q)$$

$$\Psi_q = \lambda_q i_q + M_q i_{\mu q} \quad (13)$$

Pri čemu je : $M_q = \frac{3}{2} N^2 / R_{\mu q}$.



Slika 6 Nulta zamenska šema

Gde su:

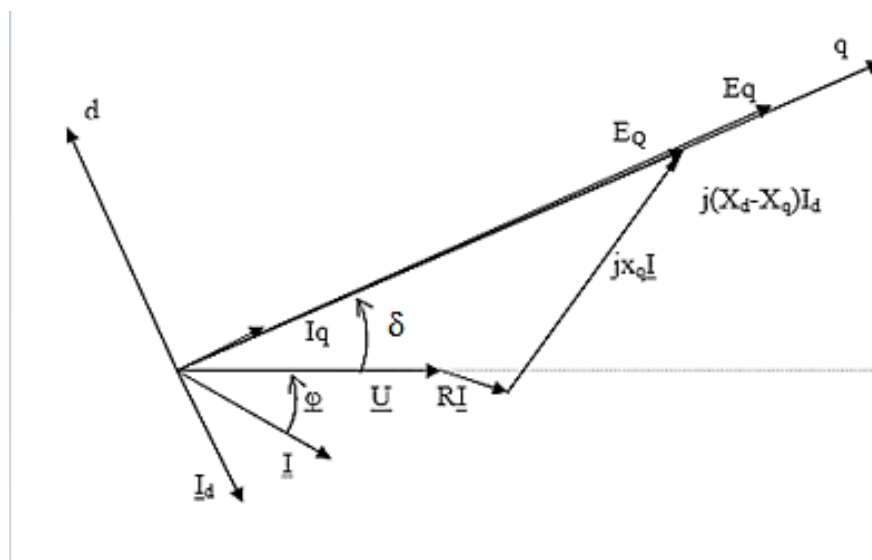
R – aktivna otpornost namotaja statora,

λ – induktivnost rasipanja statora.

U ustaljenom stanju sinhronog generatora, struja i napon faznih namotaja statora predstavljaju simetričan sistem. Nakon transformacija takvog sistema u d,q,o sistem napona i struja, nulte komponente svih veličina biće jednake nuli, stoga se nulta zamenska šema može zanemariti.

Tokom nominalnog režima rada rotor sinhronog generatora se obrće sinhrono sa obrtnim poljem i zbog toga se ne javljaju struje u prigušnom namotaju, te on nema uticaja na veličine u namotajima statora.

U ustaljenom, nominalnom režimu rada može se nacrtati fazorski dijagram sinhronog generatora koji je prikazan na slici 7.



Slika 7 Fazorski dijagram sinhronog hidrogenatora

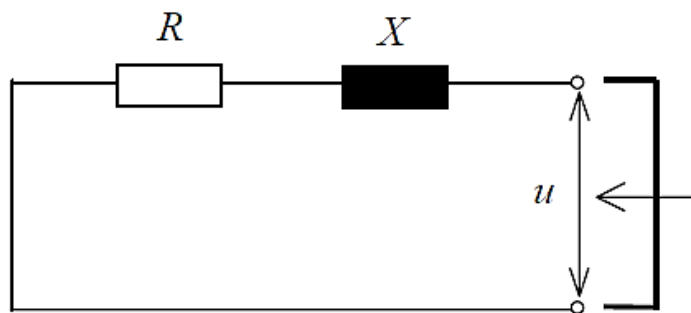
Ugao δ naziva se ugao snage sinhronog generatora. Od njega zavise aktivna i reaktivna snaga generatora. Izrazi za aktivnu i reaktivnu snagu (14) nazivaju se ugaone karakteristike generatora.

$$P = \frac{E_q U}{x_d} \sin \delta + U^2 \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \frac{\sin 2\delta}{2}$$

$$Q = \frac{E_q U}{x_d} \cos \delta - U^2 \left(\frac{\sin^2 \delta}{x_q} + \frac{\cos^2 \delta}{x_d} \right) \quad (14)$$

Modelovanje struja kratkog spoja

Za fizičko objašnjenje struja kratkog spoja sinhronog generatora veoma je važan zakon o održanju (nepromenljivosti) fluksa. Posmatra se jednostavno RL kolo u kojem je otpornost zanemariva u odnosu na reaktansu $X = \omega L$, prikazanoj na slici 8, što u osnovi odgovara namotaju statora sinhronne mašine.



Slika 8 Kratak spoj na RL kolu

Jednačina naponske ravnoteže za ovo kolo je: $u = Ri + d\Psi/dt$. U kratkom spoju napon na priključcima je jednak nuli, a uz pretpostavku da je otpornost R , takođe jednaka nuli, jednačina prelazi u oblik: $0 \cong d\Psi/dt$. Takva jednačina je tačna uz uslov da je magnetski fluks konstantan ($\psi = const.$). Primenjeno na sinhronu mašinu, magnetski fluks koji obuhvata namotaj statora, odnosno namotaje rotora ne može trenutno da se promeni. Da bi se održala konstantna vrednost fluksa, mora se u namotajima statora i rotora pojaviti odgovarajuća struja koja će ovaj fluks održavati.

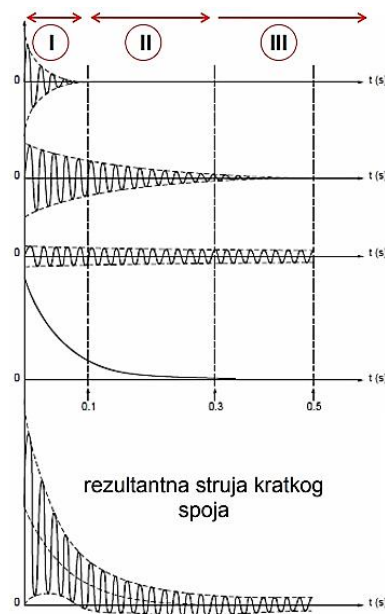
Poseban, a i najpovoljniji, slučaj jeste situacija u kojoj je magnetski fluks u namotaju statora u momentu nastanka kratkog spoja bio jednak nuli, odnosno da je ugao između položaja osa namotaja rotora u odnosu na osu namotaja referentne faze statora 90° . Tada ne postoji jednosmerna komponenta struje kroz posmatrani namotaj. Njeno prisustvo nije potrebno, jer u statorskom namotaju nije ni bilo magnetskog fluksa koji bi ona održavala. U ovom slučaju struja kratkog spoja sadrži jedino naizmjenične, prigušene komponente i simetrična je u odnosu na vremensku osu.

U opštem slučaju, postoji magnetski fluks koji obuhvata namotaj statora, tako da se u struji kratkog spoja namotaja statora, odnosno u odgovarajućem analitičkom izrazu za struju, javlja i jednosmerna komponenta, koja podržava ovaj "zatečeni" magnetski fluks. Ova jednosmerna komponenta struje statora proizvodi u međugvožđu komponentu polja koja je nepokretna u prostoru, ali koja u namotajima rotora, koji se obrće sinhronom brzinom, indukuje naizmjeničnu elektromotornu silu odnosno struju statorske učestanosti. Stoga se na jednosmernu komponentu struje rotora, koja se ima pri simetričnom kratkom spoju, dodaje i ova naizmjenična komponenta. Fizički gledano ova pojava je prirodna, jer se ne može očekivati trenutni porast struje.

Ako se kratak spoj desi u trenutku kada postoji fluks kroz namotaj posmatrane faze, tada se u namotaju kola te faze mora pojaviti i komponenta jednosmerne struje da bi održala fluks na vrednosti pre kratkog spoja. Ona bi ostala stalna da nema omskog otpora te faze. Pošto ipak postoji omski otpor ona će se smanjivati sa vremenskom konstantom koja zavisi od odnosa ekvivalentne induktivnosti i omskog otpora namotaja te faze. Najveća vrednost jednosmerne komponente struje biće kada se kratak spoj desi u trenutku kada je kroz namotaj fluks najveći.

Kada se analizira talasni oblik struje kratkog spoja uočavaju se tri perioda:

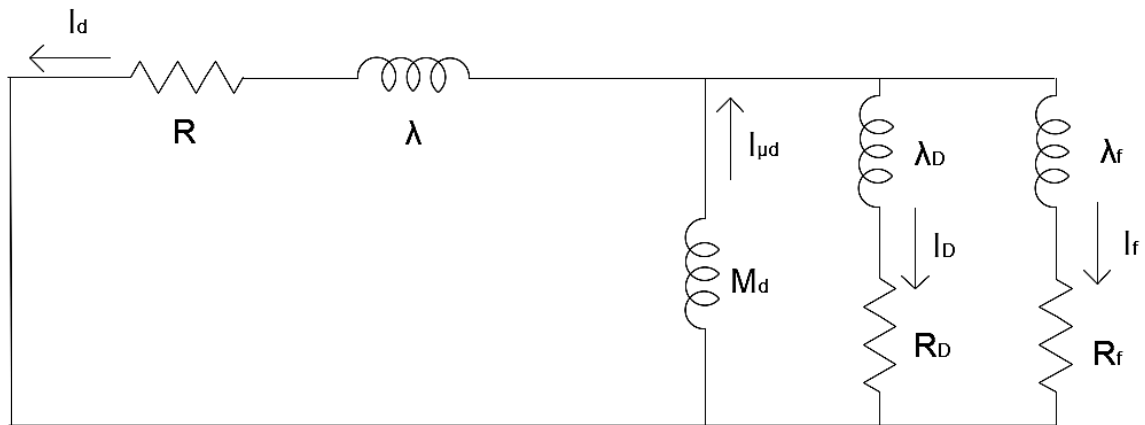
- **subtranzijentni (početni, udarni) period** – Tokom početnog perioda postoje struje u svim namotajima generatora. Definišu ga prelazni procesi u prigušnom namotaju koji najkraće traju.
- **tranzijentni (prelazni) period** – Počinje kada struja u prigušnom namotaju postane jednaka nuli. Tokom ovog perioda struje postoje samo u pobudnom i statorskom namotaju. Opadanje struje je sporije i definisano vremenskom konstantom prelaznog procesa u pobudnom namotaju.
- **ustaljeni period** – Nastaje kada se disipira sva magnetska energija zatečena u pobudnom namotaju. Tada postoji fluks pobude nastao od pobudne struje i reakcija kratkospojenog statorskog namotaja.



Slika 9 Karakteristični periodi u talasnom obliku struje kratkog spoja sinhronog generatora

Prilikom analize kratkog spoja kod sinhronog generatora potrebno je definisati parametre i vremenske konstante od značaja za proračun struje kratkog spoja. Posmatranjem odgovarajuće ekvivalentne šeme za svaki period prelaznog procesa pri kratkospojenom statoru mogu se izračunati odgovarajući parametri i vremenske konstante po d i q osi.

- Parametri sinhronog generatora za subtranzijentni period:



Slika 10 Zamenska šema po d-osi u subtranzijentnom periodu kratkog spoja

Prelazni proces u kolu sa slike 10 opisan je sledećim jednačinama (15).

$$M_d \frac{di_{\mu d}}{dt} + \lambda_f \frac{di_f}{dt} + R_f i_f = 0$$

$$M_d \frac{di_{\mu d}}{dt} + \lambda_D \frac{di_D}{dt} + R_D i_D = 0 \quad (15)$$

$$M_d \frac{di_{\mu d}}{dt} + \lambda \frac{di_d}{dt} + R i_d = 0$$

$$i_{\mu d} = i_f + i_d + i_D$$

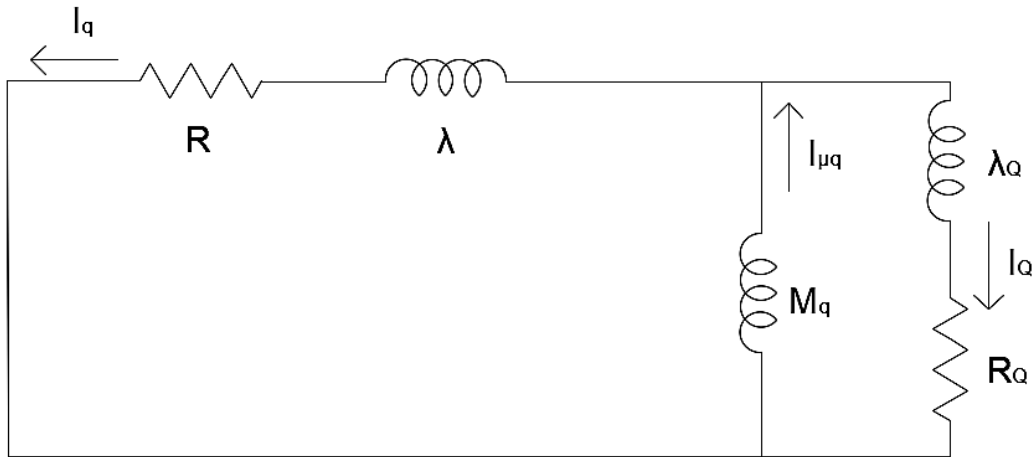
Eliminisanjem struje magnetećenja i dovođenjem diferencijalnih jednačina u kanoničku formu dobijaju se relacije u kojima se mogu uočiti izrazi koji definišu vremenske konstante prelaznog procesa. Od interesa su izrazi za subtranzijentnu vremensku konstantu prigušnog namotaja po d-osi T_d'' , koja definiše trajanje prelaznog procesa u prigušnom namotaju i subtranzijentnu vremensku konstantu statorskog namotaja T_{ad}'' .

$$T_d'' = \frac{M_d(\lambda_f \lambda_D + \lambda \lambda_f + \lambda \lambda_D) + \lambda \lambda_f \lambda_D}{(L_f L_d - M_d^2) R_D} = \frac{L_D''}{R_D} \quad (16)$$

$$T_{ad}'' = \frac{M_d(\lambda_f \lambda_D + \lambda \lambda_f + \lambda \lambda_D) + \lambda \lambda_f \lambda_D}{(L_f L_D - M_d^2) R} = \frac{L_d''}{R} \quad (17)$$

$$R_D = L_D'' / T_d'';$$

$$R = L_d'' / T_{ad}'';$$



Slika 11 Zamenska šema po q-osi u subtranzijentnom periodu kratkog spoja

Prelazni proces u kolu sa slike 11 opisan je jednačinama (18)

$$M_q \frac{di_{\mu q}}{dt} + \lambda_Q \frac{di_Q}{dt} + R_Q i_Q = 0$$

$$M_q \frac{di_{\mu q}}{dt} + \lambda \frac{di_q}{dt} + R i_q = 0 \quad (18)$$

$$i_{\mu q} = i_q + i_Q$$

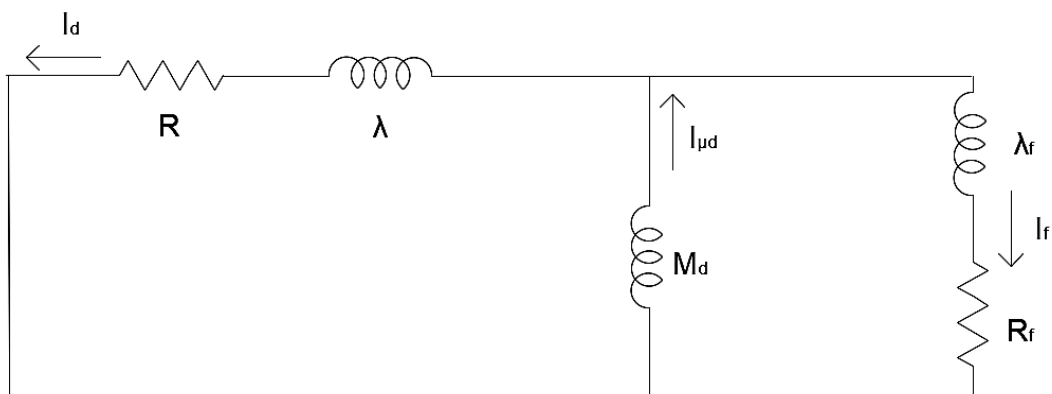
Postupkom eliminisanja struje magnećenja i dovođenjem diferencijalnih jednačina u kanoničku formu dobijaju se jednačine u kojima se mogu uočiti izrazi koji definišu vremenske konstante prelaznog procesa. Od interesa su izrazi za subtranzijentnu vremensku konstantu prigušnog namotaja po q-osi T_q'' i subtranzijentnu vremensku konstantu statorskog namotaja T_{aq}'' .

$$T_q'' = \frac{L_q L_Q - M_q^2}{L_q R_Q} = \frac{L_Q''}{R_Q} \quad (19)$$

$$R_Q = L_Q \cdot 11 / T_q \cdot 11;$$

$$T_{aq}'' = \frac{L_q L_Q - M_q^2}{L_Q R} = \frac{L_q''}{R} \quad (20)$$

- Parametri sinhronog generatora za tranzijentni period:



Slika 12 Zamenska šema po d-osi u tranzijentnom periodu

Prelazni proces u kolu sa slike 12 opisan je jednačinama (21).

$$M_d \frac{di_{\mu d}}{dt} + \lambda_f \frac{di_f}{dt} + R_f i_f = 0$$

$$M_d \frac{di_{\mu d}}{dt} + \lambda \frac{di_d}{dt} + R i_d = 0 \quad (21)$$

$$i_{\mu d} = i_f + i_d$$

Eliminisanjem struje magnećenja i dovođenjem diferencijalnih jednačina u kanoničku formu dobijaju se relacije u kojima se mogu uočiti izrazi koji definišu vremenske konstante tranzijentnog perioda prelaznog procesa. Od interesa su izrazi za tranzijentnu vremensku konstantu pobudnog namotaja po d-osi T_d' , koja definiše trajanje prelaznog procesa u pobudnom namotaju i tranzijentnu vremensku konstantu statorskog namotaja T_{ad}' .

$$T_d' = \frac{L_f L_d - M_d^2}{L_d R_f} = \frac{L_f'}{R_f} \quad (22)$$

$$T_{ad}' = \frac{L_f L_d - M_d^2}{L_f R} = \frac{L_d'}{R} \quad (23)$$

$$R_f = L_f / T_d;$$

Vremenske konstante su poznate u zadatku

% Usvojena vremena (s)

ts=1; %vreme trajanja simulacije, tj. rešavanja dif. jednačina

tk=0.5; % vreme trajanja kvara

Tb=0.02; % bazno vreme

Tod=0.001; % vreme koraka pri rešavanja dif jednačina metodom ode23

% Vremenske konstante (s)

Td1=2.16;

Td11=0.0765;

Tq11=0.174;

T=3.325;

Tad=1.435;

Prelazni proces u pobudnom namotaju definiše tranzijentni period, stoga nema smisla računati parametre za tranzijentni period po q-osi jer u njoj ne postoji pobudni namotaj.

Prigušenje jednosmerne komponente struje kvara se vrši sa aperiodičnom vremenskom konstantom T_a . Dakle, ona određuje fizičku vezu jednosmernih struja u statorskim namotajima i naizmeničnih struja u pobudnom namotaju. Jednaka je količniku statorske induktivnosti i statorske aktivne otpornosti pod specificiranim uslovima.

Za proračun kratkih spojeva sinhronog generatora pogodno je napisati jednačine matematičkog modela u matricnom obliku. Moguće je napisati diferencijalne jednačine u kanoničkoj formi sa

strujama kao promenljivim stanja. Na osnovu takvih jednačina, uvažavanjem odgovarajućih parametara i promenljivih, može se izvršiti proračun struja kratkog spoja.

Struje i naponi namotaja prikazani su pomoću vektora struja i napona u d,q koordinatnom sistemu:

$$[I_{dq0}] = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_D \\ i_Q \\ i_f \\ i_0 \end{bmatrix}$$

$$[U_{dq0}] = \begin{bmatrix} -u_d \\ -u_q \\ 0 \\ 0 \\ u_f \\ -u_0 \end{bmatrix}$$

Za flukseve namotaja tada se može napisati jednačina:

$$\begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_D \\ \Psi_Q \\ \Psi_f \\ \Psi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & M_d & 0 & M_d & 0 \\ 0 & L_q & 0 & M_q & 0 & 0 \\ M_d & 0 & L_D & 0 & M_d & 0 \\ 0 & M_q & 0 & L_Q & 0 & 0 \\ M_d & 0 & M_d & 0 & L_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_D \\ i_Q \\ i_f \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Važi jednačina naponske ravnoteže:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_D \\ \Psi_Q \\ \Psi_f \\ \Psi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & M_d & 0 & M_d & 0 \\ 0 & L_q & 0 & M_q & 0 & 0 \\ M_d & 0 & L_D & 0 & M_d & 0 \\ 0 & M_q & 0 & L_Q & 0 & 0 \\ M_d & 0 & M_d & 0 & L_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_D \\ i_Q \\ i_f \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R & -\omega L_q & 0 & -\omega M_q & 0 & 0 \\ -\omega L_d & -R & \omega M_d & 0 & \omega M_d & 0 \\ 0 & 0 & -R_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R_Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_D \\ i_Q \\ i_f \\ i_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -u_d \\ -u_q \\ 0 \\ 0 \\ u_f \\ -u_0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$udq0=[0;0;0;0;Ufs];$

Matrična jednačina naponske ravnoteže se može napisati u sledećem obliku:

$$\frac{d}{dt} [I_{dq0}] = [C]([D][I_{dq0}] + [U_{dq0}]) \quad (26)$$

$idq0prim=C*(D*idq0+udq0);$

nakon definisanog sistema diferencijalnih jednačina pomoću zasebnog potprorgama **system.m**

```

kratakspojSG.m  sistem.m*  +
1  function idqoprimsistem(t, idqo)
2  - global Ld Md Lq Mq LD LQ Lf R Lo w RD RQ Rf Ufs Ud Uq Uo
3
4  - L=[Ld 0 Md 0 Md 0
5      0 Lq 0 Mq 0 0
6      Md 0 LD 0 Md 0
7      0 Mq 0 LQ 0 0
8      Md 0 Md 0 Lf 0
9      0 0 0 0 Lo];
10 - C=inv(L);
11 - D=[-R -w.*Lq 0 -w.*Mq 0 0
12     w.*Ld -R w.*Md 0 w.*Md 0
13     0 0 -RD 0 0 0
14     0 0 0 -RQ 0 0
15     0 0 0 0 -Rf 0
16     0 0 0 0 0 -R];
17 - udqo=[-Ud;-Uq;0;0;Ufs;-Uo];
18 - idqoprimsistem=C*(D*idqo+udqo);
19
20 - return

```

Slika 13 Izgled koda za potprogram sistem.m

u glavnom programu **ks.m** se rešava sistem diferencijalnih jednačina. U glavnom programu se, takođe, zadaju poznati parametri generatora, kao i vremenske konstante na osnovu kojih se proračunavaju ostali parametri potrebni za model.

% Resavanje sistema diferencijalnih jednačina

Funkcija ode23 služi za rešavanje sistema diferencijalnih jednačina u Matlabu. Ona se poziva na sledeći način:

$$[t,y] = \text{ode23}(\text{odefun}, \text{tspan}, y_0),$$

gde su ulazni parametri: odefun - ime funkcije koja opisuje sistem diferencijalnih jednačina, tspan=[tp:Tod:tk] - tp početni trenutak integracije, tk - krajnji trenutak, y0 - vektor početnih vrednosti promenljivih stanja. Izlazne promenljive: t - vektor vremenskih trenutaka u kojima su izračunata rešenja, a y - matrica kretanja promenljivih stanja poređanih po kolonama. Prva vrsta odgovara y0 i početnom trenutku tp, dok je u poslednjoj vrsti krajnja vrednost promenljivih stanja (u tk).

$$\text{idqos} = [\text{Ids Iqs } 0 \ 0 \ \text{Ifs}];$$

$$[t, \text{idqo}] = \text{ode23}('sistem', [0:\text{Tod}:\text{ts}], \text{idqos});$$

Gde važi da je :

$$[L] = \begin{bmatrix} L_d & 0 & M_d & 0 & M_d & 0 \\ 0 & L_q & 0 & M_q & 0 & 0 \\ M_d & 0 & L_D & 0 & M_d & 0 \\ 0 & M_q & 0 & L_Q & 0 & 0 \\ M_d & 0 & M_d & 0 & L_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix}$$

$$[C] = [L]^{-1}$$

$$L = \begin{bmatrix} L_d & 0 & M_d & 0 & M_d & 0 \\ 0 & L_q & 0 & M_q & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & L_q & 0 & M_q & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_d \ 0 \ L_D \ 0 \ M_d$$

$$0 \ M_q \ 0 \ L_Q \ 0$$

$$M_d \ 0 \ M_d \ 0 \ L_f];$$

$$C = \text{inv}(L);$$

$$[D] = \begin{bmatrix} -R & -\omega L_q & 0 & -\omega M_q & 0 & 0 \\ -\omega L_d & -R & \omega M_d & 0 & \omega M_d & 0 \\ 0 & 0 & -R_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R_Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R \end{bmatrix}$$

$$D = [-R \ -\omega \cdot L_q \ 0 \ -\omega \cdot M_q \ 0 \ 0$$

$$\omega \cdot L_d \ -R \ \omega \cdot M_d \ 0 \ \omega \cdot M_d$$

$$0 \ 0 \ -R_D \ 0 \ 0$$

$$0 \ 0 \ 0 \ -R_Q \ 0$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -R_f];$$

Prilikom analize kratkih spojeva kod sinhronog generatora, posmatra se relativno kratak period nakon kvara u kome se brzina rotora neznatno menja, pa se uzima da je $d\omega/dt=0$, odnosno da je $\omega=\omega_s$, gde je ω_s sinhrona ugaona brzina.

Ovakav matematički model je opšteg tipa za proračun različitih vrsta kratkih spojeva. U literaturi se najčešće detaljno analizira trofazni kratak spoj na priključcima mašine kao najjednostavniji, jer su tada naponi u_d , u_q i u_0 jednaki nuli. Kod asimetričnih kratkih spojeva, potrebno je definisati vrstu kvara i vrednosti napona i struja na priključcima faza transformisati u vrednosti u d,q,0 koordinatnom sistemu.

- Trofazni kratak spoj:

$$u_A = u_B = u_C = 0$$

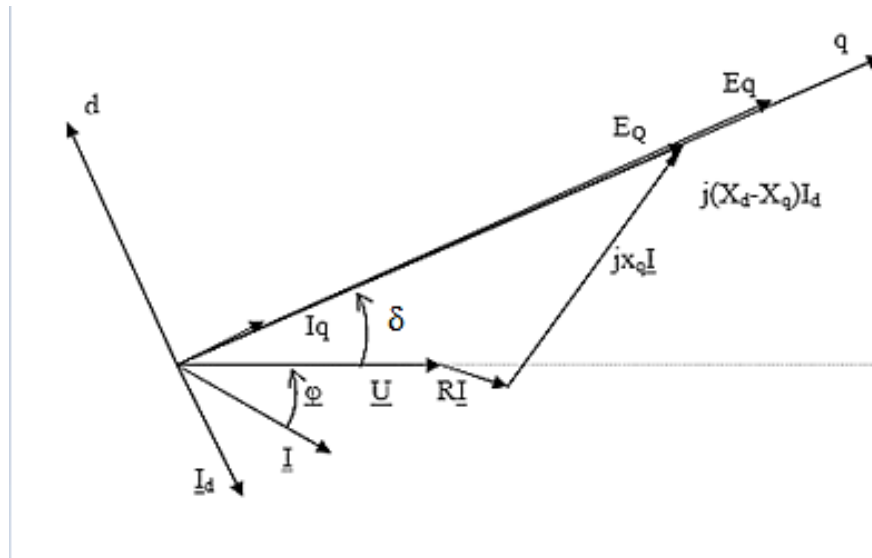
Trofazni kratak spoj je simetričan kvar, iz čega se može zaključiti da ne postoje veličine u_0 i i_0 . Zamenom napona u_A , u_B i u_C u izraze za transformaciju raspredanja i rotacije dobija se da su i naponi koordinatnog sistema d,q,0 jednaki nuli.

$$udq_0 = [0; 0; 0; 0; U_{fs}];$$

Definisanje početnih uslova

Za rešavanje diferencijalnih jednačina matematičkog modela potrebno je definisati početne uslove. Mora biti poznat radni režim generatora koji prethodi trofaznom kratkom spoju. Režim generatora dobija se iz proračuna tokova snaga i naponskih prilika u mreži.

Polazi se od vektorskog dijagrama sinhronog generatora prikazanog.



Ugao δ između napona U i q -ose dobija se na osnovu izraza (27), a fazni pomeraj između napona i struje na osnovu odnosa aktivne i reaktivne snage, pri čemu je $Q > 0$ za induktivno opterećenje generatora.

$$\delta = \arctg \frac{PX_q - QR}{U^2 + PR + QX_q} \quad (27)$$

$$\alpha = \arctg \frac{-Q}{P} \quad (28)$$

$$\text{delta} = \text{atan}((P \cdot x_q - Q \cdot R) / (U.^2 + P \cdot R + Q \cdot x_q));$$

$$\text{alfai} = \text{atan}(-Q / (P + \text{eps}));$$

Komponente stacionarne struje i napona statora su:

$$i_{ds} = I \cos(90^\circ + \delta - \alpha)$$

$$i_{qs} = I \sin(90^\circ + \delta - \alpha) \quad (29)$$

$$I = \sqrt{P.^2 + Q.^2} / U;$$

$$I_{ds} = -I \cdot \sin(\text{delta} - \text{alfai});$$

$$I_{qs} = I \cdot \cos(\text{delta} - \text{alfai});$$

$$U_d = U \cos(90^\circ + \delta)$$

$$U_q = U \sin(90^\circ + \delta)$$

$$U_{ds} = -U \cdot \sin(\text{delta});$$

$$U_{qs} = U \cdot \cos(\text{delta});$$

Stacionarna struja i napon pobudnog namotaja su:

$$i_{fs} = \frac{U_q + RI_q + X_d I_d}{M_d \omega_s} \quad (30)$$

$$I_{fs} = (U_{qs} + R \cdot I_{qs} - x_d \cdot I_{ds}) / (M_d \cdot \omega);$$

$$u_{fs} = R_f i_{fs} \quad (31)$$

$$U_{fs} = R_f \cdot I_{fs};$$

Stacionarne vrednosti struja u prigušnim namotajima su nula, kao i nulte komponente napona i struja jer je ustaljeni režim simetričan.

Proračun struja kratkog spoja sinhronog generatora se započinje transformacijom poznatih faznih napona u d,q,0 koordinatni sistem. Zatim se formira diferencijalna matrična jednačina naponske ravnoteže i njenim rešavanjem dobijaju se vrednosti struja kvara u d,q,0 koordinatnom sistemu. Kada se izračunaju struje i_d , i_q i i_0 , stvarne struje kratkog spoja u fazama sinhronog generatora se određuju primenom inverznih transformacija raspredanja i rotacije. U transformaciji rotacije javlja se ugao $\theta = \omega t + \alpha$, gde ugao α određuje položaj q-ose rotora u odnosu na osu posmatrane faze u trenutku kvara.

$$\text{alfa} = \text{delta};$$

$$\text{teta} = \omega b * t + \text{alfa};$$

$$\text{id} = \text{idqo}(:,1);$$

$$\text{iq} = \text{idqo}(:,2);$$

inverzna alfa-beta transformacija

$$\text{ialfa} = -\text{id} * \sin(\text{teta}) + \text{iq} * \cos(\text{teta});$$

$$\text{ibeta} = \text{id} * \cos(\text{teta}) + \text{iq} * \sin(\text{teta});$$

inverzna dq transformacija

$$\text{ia} = \sqrt{2/3} * \text{ialfa};$$

$$\text{ib} = \sqrt{2/3} * (-1/2 * \text{ialfa} + \sqrt{3}/2 * \text{ibeta});$$

$$\text{ic} = \sqrt{2/3} * (-1/2 * \text{ialfa} - \sqrt{3}/2 * \text{ibeta});$$

iscrtavanje faznih struja

$$\text{plot}(t, \text{ia}, t, \text{ib}, t, \text{ic}), \text{grid}$$

$$\text{xlabel}('vreme (s)')$$

$$\text{ylabel}('struja (A)')$$

U okviru posmatranog primera proračuna vrši se izračunavanje nekih od veličina koje karakterišu kratak spoj. U grafičkom interfejsu prikazuje se vrednost udarne struje kvara, toplotnog impulsa i termičke struje kvara za posmatrani kratak spoj. Ove karakteristične veličine kratkog spoja predstavljaju neke od potrebnih informacija prilikom dimenzionisanja opreme i odabira elemenata u mreži. Udarana struja kvara predstavlja maksimalnu trenutnu vrednost struje kratkog spoja. Toplotni impuls struje kvara za neki period vremena definisan je integralom (32). Za isti period vremena definiše se termička struja kvara. Ona se određuje

pomoću izraza (33). Termička struja kvara ima konstantnu efektivnu vrednost i generiše isti toplotni impuls kao promenljiva struja kvara u posmatranom vremenskom periodu.

$$A = \int_0^t i^2(t) dt \quad (32)$$

$$I_t = \sqrt{\frac{A}{t}} \quad (33)$$

% Toplotni impuls

A=trapz(t(1:tk/Tod),ia(1:tk/Tod).^2)

% Efektivna vrednost termicke struje kvara

It=sqrt(A/tk)

Kompletan Matlab kod

ks.m

clear

global Ld Md Lq Mq LD LQ Lf R w RD RQ Rf Ufs

% Usvojene bazne velicine (u apsolutnim jedinicama)

Sb=190000000;

Ub=15750;

wb=314;

Zb=Ub.^2./Sb;

Lb=Zb./wb;

cosfi=0.9;

% Usvojena vremena (s)

ts=1;

tk=0.5;

Tb=0.02;

Tod=0.001;

% Ulazni podaci sinhronog generatora (r.j.)

$$Ld=1.14.*Lb;$$

$$Ld1=0.391.*Lb;$$

$$Ld11=0.296.*Lb;$$

$$Lq=0.744.*Lb;$$

$$Lq11=0.328.*Lb;$$

$$lam=0.224.*Lb;$$

% Vremenske konstante (s)

$$Td1=2.16;$$

$$Td11=0.0765;$$

$$Tq11=0.174;$$

$$T=3.325;$$

$$Tad=1.435;$$

% Izvedeni parametri sinhronog generatora neophodni za proračun

$$Mq=Lq-lam;$$

$$LQ=Mq.^2./(Lq-Lq11);$$

$$LQ11=(Lq.*LQ-Mq.^2)/Lq;$$

$$RQ=LQ11./Tq11;$$

$$R=Ld./Tad;$$

$$Md=Ld-lam;$$

$$Lf=Md.^2./(Ld-Ld1);$$

$$lamf=Lf-Md;$$

$$Lf1=(Ld.*Lf-Md.^2)/Ld;$$

$$Rf=Lf1./Td1;$$

$$LD=Md.^2.*(Ld11-lamf-lam)/(Ld11.*Lf-Md.*lam-Ld.*lamf);$$

$$lamD=LD-Md;$$

$$LD11=(Md.*(lamf.*lamD+lamf.*lam+lamD.*lam)+lam.*lamf.*lamD)/(Ld.*Lf-Md.^2);$$

$$RD=LD11./Td11;$$

```

% Pocetni uslovi
S=Sb;
U=Ub;
w=wb;
P=S.*cosfi;
Q=S.*sin(acos(cosfi));
xd=w.*Ld;
xq=w.*Lq;

delta=atan((P.*xq-Q.*R)/(U.^2+P.*R+Q.*xq));
alfai=atan(-Q./(P+eps));
I=sqrt(P.^2+Q.^2)/U;
Ids=-I.*sin(delta-alfai);
Iqs=I.*cos(delta-alfai);
Uds=-U.*sin(delta);
Uqs=U.*cos(delta);
Ifs=(Uqs+R.*Iqs-xd.*Ids)/(Md.*w);
Ufs=Rf.*Ifs;

% Resavanje sistema diferencijalnih jednacina
idqos=[Ids Iqs 0 0 Ifs];
[t,idqo]=ode23('sistem',[0:Tod:ts],idqos);

% Struje u fazama a, b i c
alfa=delta;
teta=wb*t+alfa;
id=idqo(:,1);
iq=idqo(:,2);
ialfa=-id.*sin(teta)+iq.*cos(teta);
ibeta=id.*cos(teta)+iq.*sin(teta);
ia=sqrt(2./3).*ialfa;
ib=sqrt(2./3).*(-1./2.*ialfa+sqrt(3)/2.*ibeta);

```

```

ic=sqrt(2./3).*(-1./2.*ialfa-sqrt(3)./2.*ibeta);
plot(t,ia,t,ib,t,ic),grid
xlabel('vreme (s)')
ylabel('struja (A)')

% Udarna struja kvara
iud=max(abs(ia))

% Toplotni impuls
A=trapz(t(1:tk/Tod),ia(1:tk/Tod).^2)

% Efektivna vrednost termicke struje kvara
It=sqrt(A/tk)

% Jednosekundna struja kvara
IIs=sqrt(A)

% Puna efektivna vrednost struje kvara i simetricna efektivna vrednost struje kvara
if alfa==delta
    Iefs=sqrt(1/Tb*trapz(t(tk/Tod-Tb/(2*Tod):tk/Tod+Tb/(2*Tod)),ia(tk/Tod-
Tb/(2*Tod):tk/Tod+Tb/(2*Tod)).^2))
else
    Iefp=sqrt(1/Tb*trapz(t(tk/Tod-Tb/(2*Tod):tk/Tod+Tb/(2*Tod)),ia(tk/Tod-
Tb/(2*Tod):tk/Tod+Tb/(2*Tod)).^2))
end
return

```

sistem.m

```

function idqoprimsistem(t,idqo)
global Ld Md Lq Mq LD LQ Lf R w RD RQ Rf Ufs
L=[Ld 0 Md 0 Md
    0 Lq 0 Mq 0
    Md 0 LD 0 Md
    0 Mq 0 LQ 0

```

```

Md 0 Md 0 Lf];
C=inv(L);
D=[-R -w.*Lq 0 -w.*Mq 0
    w.*Ld -R w.*Md 0 w.*Md
    0 0 -RD 0 0
    0 0 0 -RQ 0
    0 0 0 0 -Rf];
udqo=[0;0;0;0;Ufs];
idqoprime=C*(D*idqo+udqo);
return

```

Rezultati

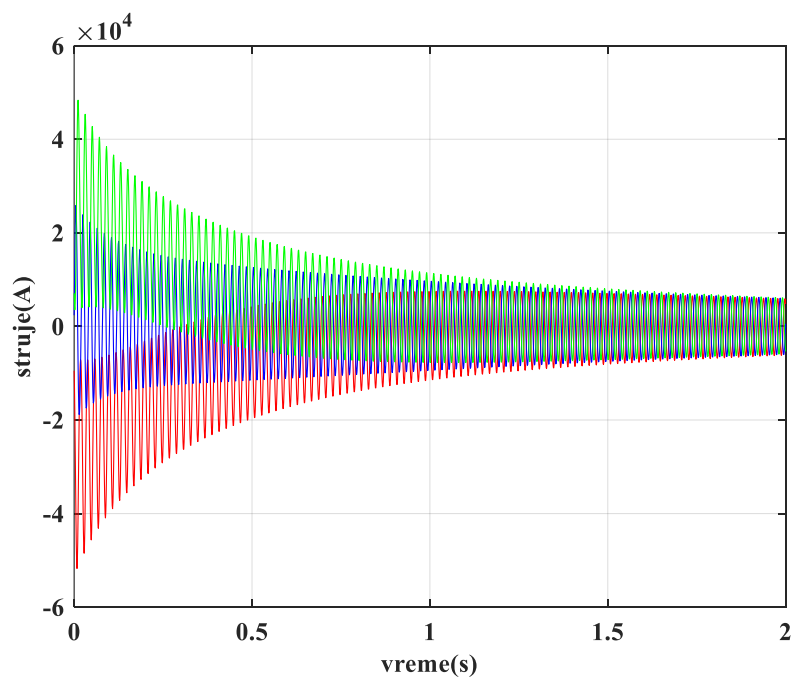
iud = 5.1743e+04

A = 2.3687e+08

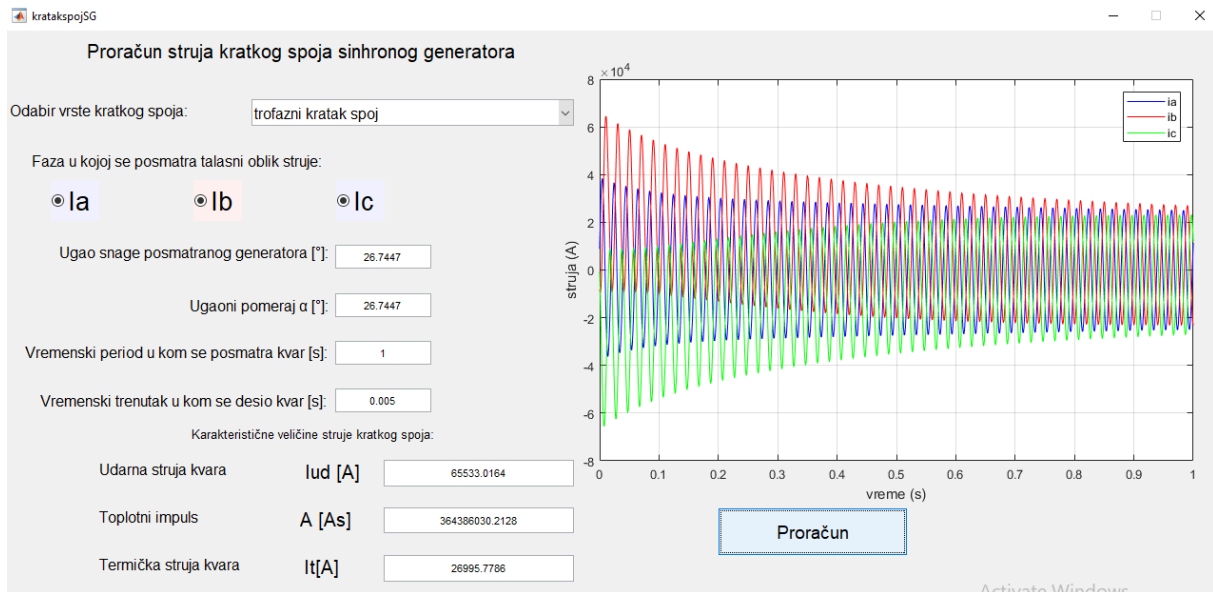
It = 1.5391e+04

I1s = 1.5391e+04

Iefp = 7.0124e+03



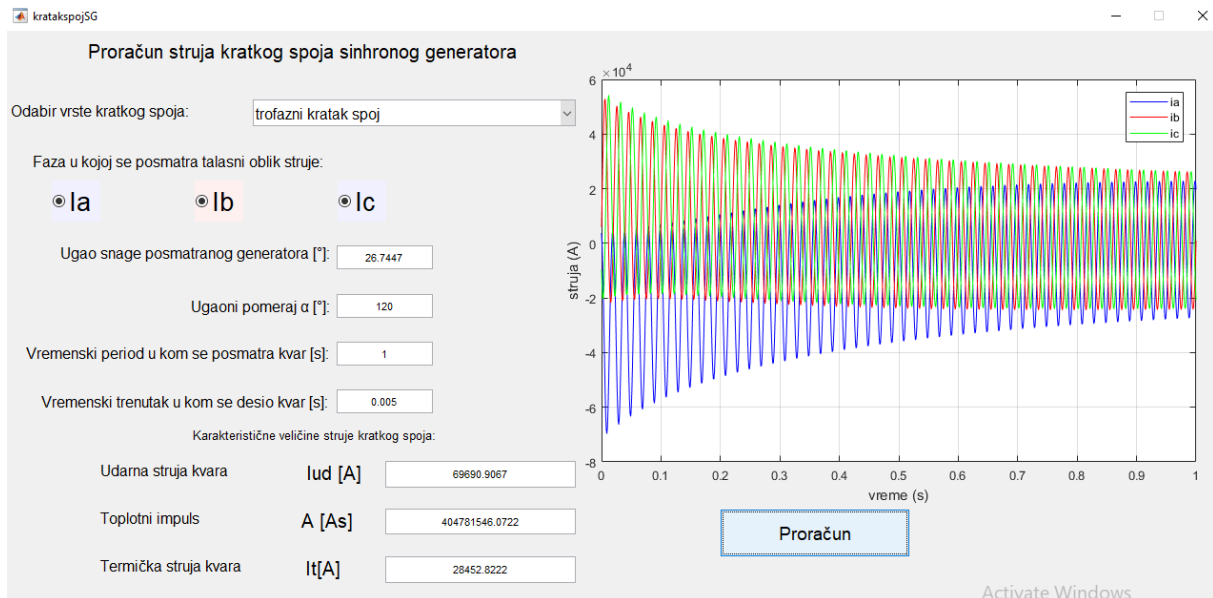
Rezultati prikazani preko korisničkog interfejsa



Slika 14 Primer proračuna struja trofaznog kratkog spoja pomoću grafičkog interfejsa

Na slici 14 je prikazan rezultat izvršenog proračuna za trofazni kratak spoj uz prikaz sve tri fazne struje na dijagramu. Proračun je izvršen bez izmena inicijalno postavljenih vrednosti parametara.

Uticaj promene položaja ose rotora u odnosu na referentnu osu u trenutku kvara prikazan je na primeru simulacije trofaznog kratkog spoja kada je ugao α jednak 120° . Na narednoj slici 15 uočava se da se maksimum struje kvara javlja u različitoj fazi u odnosu na prethodno prikazan slučaj.



Slika 15 Primer proračuna struja trofaznog kratkog spoja uz promenu ugla α